TRƯỜNG THPT CHUYÊN HẠ LONG	ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG KHỐI 12 LẦN 1
(Đề thi có 4 trang)	Năm học: 2024-2025
	Môn: TOÁN
	Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

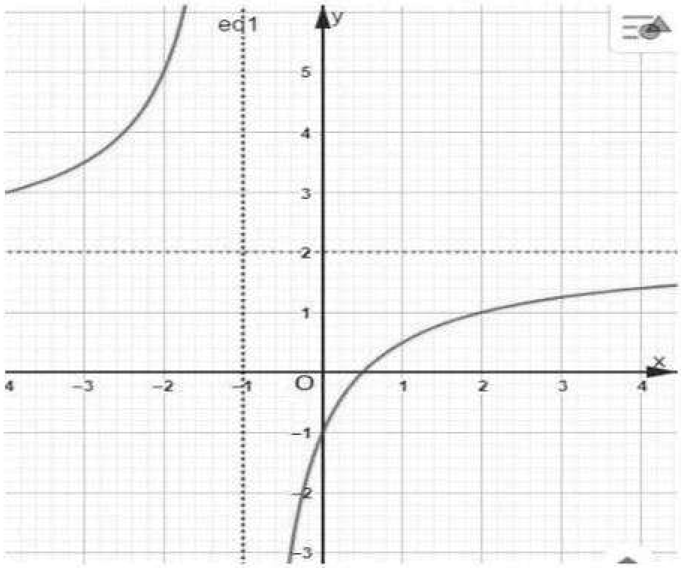
Họ, tên thí sinh:.............................

Số báo danh:................................

Mã đề: 101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}(c\neq 0,\, ad-bc\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là



A. $x=2$. **B.** $y=1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=1$.

Câu 2. Cho mẫu số liệu ghép nhóm

Nhóm	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$
Tần số	3	5	8	9	6	4

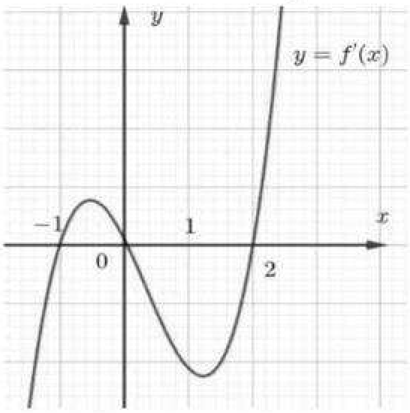
Tính số trung bình của mẫu số liệu (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

A. $10,3$. **B.** $10,4$. **C.** $10,5$. **D.** $10,2$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A=(2;-1;3)$, $B=(0;4;1)$. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $AB=29$. **B.** $AB=\sqrt{29}$. **C.** $AB=33$. **D.** $AB=\sqrt{33}$.

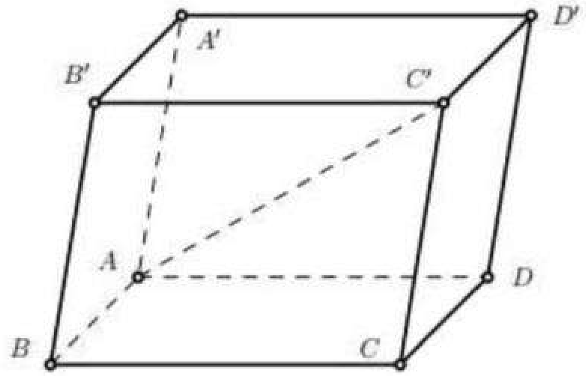
Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 2. **B.** 4.

C. 3. **D.** 1.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $\overrightarrow{AB}=(2;0;0)$, $\overrightarrow{AD}=(0;4;0)$ và $\overrightarrow{AA'}=(0;1;3)$. Tìm toạ độ vectơ $\overrightarrow{AC'}$.



A. $\overrightarrow{AC'}=(2;4;3)$. **B.** $\overrightarrow{AC'}=(2;3;5)$. **C.** $\overrightarrow{AC'}=(2;5;3)$. **D.** $\overrightarrow{AC'}=(1;5;3)$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x+1)<2$ là

A. $(-1;1023)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-1;99)$. **D.** $(-\infty;1023)$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		$-\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3;+\infty)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-3;1)$.

Câu 8. Giải phương trình $3^{x-2}=5$.

A. $x=2+\log_3 5$. **B.** $x=-2+\log_5 3$. **C.** $x=2+\log_5 3$. **D.** $x=-2+\log_3 5$.

Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=2.\overrightarrow{AG}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AG}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=4.\overrightarrow{AG}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=3.\overrightarrow{AG}$.

Câu 10. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc. Gọi H là trực tâm tam giác ABC. Hỏi mặt phẳng nào vuông góc với mặt phẳng (ABC)?

A. (OAH). **B.** (OAC). **C.** (OBC). **D.** (OAB).

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=2$ và công sai $d=3$. Tính u_{10}.

A. $u_{10}=32$. **B.** $u_{10}=35$. **C.** $u_{10}=26$. **D.** $u_{10}=29$.

Câu 12. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 2 chữ số phân biệt?

A. 72. **B.** 90. **C.** 81. **D.** 100.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d)ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một xưởng sản xuất thực phẩm gồm 3 kỹ sư chế biến thực phẩm, 3 kĩ thuật viên và 12 công nhân. Để đảm bảo sản xuất thực phẩm chống dịch Covid 19, xưởng cần chia thành 3 ca sản xuất theo thời gian liên tiếp nhau sao cho mỗi ca có 6 người.

a) Số cách phân chia lao động vào 3 ca sản xuất là $C_{18}^{6}.C_{12}^{6}$.

b) Số cách phân lịch lao động vào 3 ca sản xuất sao cho ca đầu tiên gồm toàn công nhân là $C_{12}^{6}.C_{12}^{6}$.

c) Số cách phân lịch lao động vào 3 ca sản xuất sao cho mỗi ca có đúng 1 kĩ sư và đúng 1 kĩ thuật viên là $C_{6}^{1}.C_{6}^{1}.C_{12}^{4}$.

d) Xác suất sao cho mỗi ca có đúng 1 kĩ thuật viên, 1 kĩ sư chế biến thực phẩm là $\dfrac{225}{3094}$.

Câu 2. Giá đóng cửa của một cổ phiếu là giá của cổ phiếu đó cuối một phiên giao dịch. Bảng sau thống kê giá đóng cửa (đơn vị: nghìn đồng) của hai mã cổ phiếu (A) và (B) trong 50 ngày giao dịch liên tiếp.

Giá đóng cửa	$[18;20)$	$[20;22)$	$[22;24)$	$[24;26)$	$[26;28)$
Cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Cổ phiếu B	16	4	3	6	21

a) Xét mẫu số liệu của cổ phiếu (A) ta có số trung bình là $\overline{x_A} = 23,28$.

b) Xét mẫu số liệu của cổ phiếu (A) ta có phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là $s_A^2 = 7,5216$.

c) Xét mẫu số liệu của cổ phiếu (B) ta có số trung bình là $\overline{x_B} = 23,48$.

d) Cổ phiếu (A) có mức độ biến động giá lớn cổ phiếu (B)

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \sin 2x - x$ xác định trên $\mathbb{R}$.

a) $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = \dfrac{-\pi}{2}$.

b) $f'(x) = cos2x - 1$

c) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

d) Phương trình $f'(x) = 0$ có đúng hai nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$.

Câu 4. Một cơ sở sản xuất có thể cung cấp 1000 sản phẩm A trong 1 tháng. Qua khảo sát thì thấy rằng nếu sản phẩm A bán với giá 100 nghìn đồng thì có 290 người mua, nếu cứ giảm 10 nghìn đồng thì lại có thêm 50 người mua. Gọi p là giá bán sản phẩm A (nghìn đồng) và $R(p)$ là hàm doanh thu trong 1 tháng (nghìn đồng).

a) Số sản phẩm bán ra là $790 - 5p$.

b) Hàm doanh thu $R(p) = 1000 - 790p + 5p^2$.

c) Phương trình $R'(p) = 0$ có nghiệm là $p = 79$.

d) Doanh thu lớn nhất trong 1 tháng là 31.205.000 đồng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

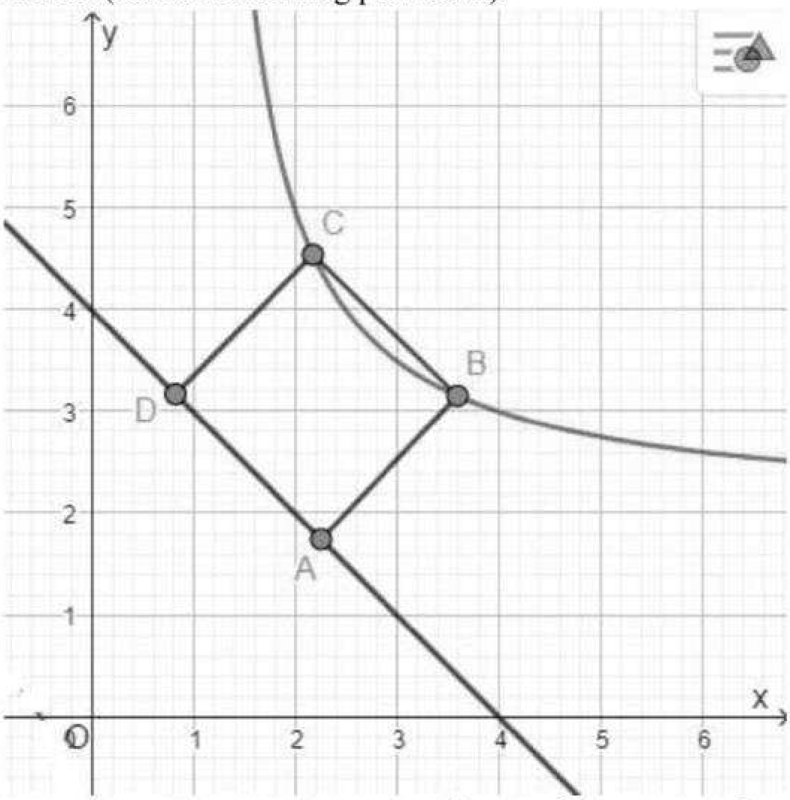
Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Gọi $D(a;b;c)$ là điểm thoả mãn $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} - 2.\overrightarrow{AC} = \vec{0}$. Tính giá trị của $a+b+c$.

Câu 2. Hệ thống định Toàn Cầu GPS hiện tại có 24 vệ tinh, mỗi vệ tinh cách Trái Đất 20000 km, ta coi Trái Đất là khối cầu có bán kính $R=6$ (nghìn km). Với một hệ toạ độ $Oxyz$ đã chọn, O là tâm Trái Đất và đơn vị trên mỗi trục là nghìn km, hai vệ tinh có toạ độ $A(26;0;0)$, $B(0;26;0)$. Xét điểm $M(x;y;z)$ thuộc bề mặt Trái Đất. Tính giá trị nhỏ nhất của $MA+MB$ theo đơn vị nghìn km (làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 3. Tính giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^3-3x^2+1$.

Câu 4. Số lượng của một loại vi khuẩn X trong một phòng thí nghiệm được biểu diễn theo công thức $S(t)=A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn tại thời điểm chọn mốc thời gian, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r>0$), t là thời gian tăng trưởng (tính theo đơn vị là giờ). Lúc 0 giờ sáng, số lượng vi khuẩn X là 150 con. Sau 3 giờ, số lượng vi khuẩn X là 450 con. Cùng thời điểm lúc 0 giờ, người ta đo được số lượng vi khuẩn Y là 300 con. Biết rằng số lượng vi khuẩn Y tăng 5% mỗi giờ. Hỏi vào lúc mấy giờ, số lượng vi khuẩn X bằng số lượng vi khuẩn Y.

Câu 5. Trong một công viên có một hồ nước và một đường đi lát gạch hoa. Thiết lập hệ trục Oxy như hình vẽ dưới, kiến trúc sư thấy rằng bờ hồ có thể coi một nhánh của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ và đường đi khi đó ứng với đường thẳng $(d): y=-x+4$. Để đảm bảo ánh sáng, kiến trúc sư muốn đặt 2 cột đèn trên bờ hồ và 2 cột đèn trên đường đi sao cho 4 cột đèn này tạo thành một hình vuông. Tính khoảng cách giữa hai cột đèn trên bờ hồ (làm tròn đến hàng phần trăm).



Câu 6. Trong không gian cho một điểm O cố định. Các điểm P, Q, R, S thay đổi sao cho chúng luôn là 4 đỉnh của một khối tứ diện đồng thời $OP=OQ=2$ và $OR=OS=\sqrt{10}$. Thể tích lớn nhất của khối tứ diện $PQRS$ bằng bao nhiêu? (làm tròn tới hàng phần trăm)

------------------ **HẾT** ------------------

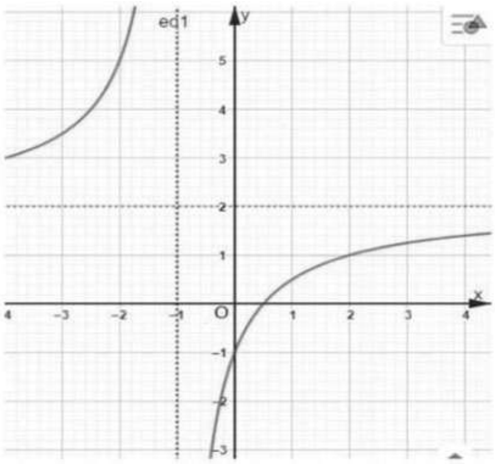
- Học sinh không được sử dụng tài liệu, thiết bị điện tử khi làm bài.
- Giáo viên coi kiểm tra không giải thích thêm.

Giáo viên coi *(ký & ghi họ tên)*:……………………

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}\left(c\neq 0, ad-bc\neq 0\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là



A. $x=2$. **B.** $y=1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số đã cho, ta có tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình $y=2$.

Câu 2. Cho mẫu số liệu ghép nhóm

Nhóm	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)
Tần số	3	5	8	9	6	4

Tính số trung bình của mẫu số liệu (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

A. $10,3$. **B.** $10,4$. **C.** $10,5$. **D.** $10,2$.

Lời giải

Nhóm	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)
Giá trị đại diện	5	7	9	11	13	15
Tần số	3	5	8	9	6	4

Kích thước mẫu là: $n=3+5+8+9+6+4=35$.

Số trung bình của mẫu số liệu là:

$$\overline{x}=\frac{1}{35}\left(5.3+7.5+9.8+11.9+13.6+15.4\right)\approx 10,3 \ .$$

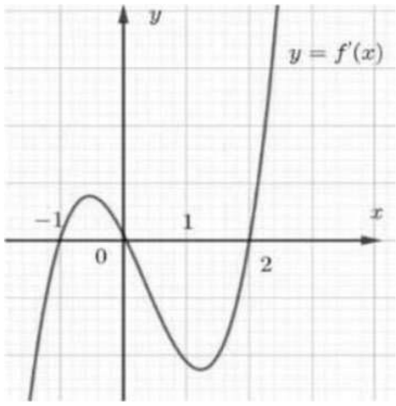
Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A=(2;-1;3),\ B=(0;4;1)$. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $AB=29$. **B.** $AB=\sqrt{29}$. **C.** $AB=33$. **D.** $AB=\sqrt{33}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;5;-2)\Rightarrow AB=\sqrt{4+25+4}=\sqrt{33}$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

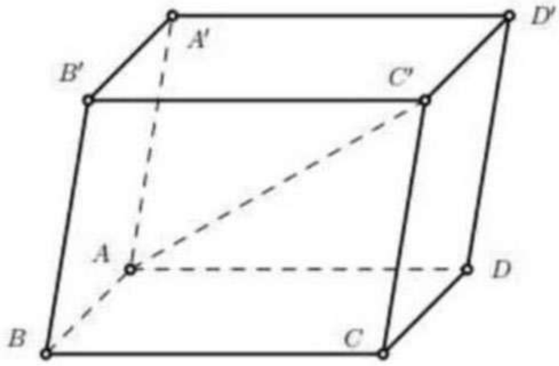
Lời giải

Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu của $f'(x)$ ta thấy hàm số $y=f(x)$ có ba điểm cực trị.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $\overrightarrow{AB}=(2;0;0),\overrightarrow{AD}=(0;4;0)$ và $\overrightarrow{AA'}=(0;1;3)$. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{AC'}$.



A. $\overrightarrow{AC'}=(2;4;3)$. **B.** $\overrightarrow{AC'}=(2;3;5)$.

C. $\overrightarrow{AC'}=(2;5;3)$. **D.** $\overrightarrow{AC'}=(1;5;3)$.

Lời giải

Áp dụng quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=(2;5;3)$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x+1)<2$ là

A. $(-1;1023)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-1;99)$. **D.** $(-\infty;1023)$.

Lời giải

Điều kiện $x>-1$. Ta có $\log(x+1)<2 \Leftrightarrow x+1<10^2 \Leftrightarrow x<99$.

Kết hợp điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình là $(-1;99)$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		$-\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(-3;+\infty)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-3;1)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 8. Giải phương trình $3^{x-2}=5$.

A. $x=2+\log_3 5$. **B.** $x=-2+\log_5 3$. **C.** $x=2+\log_5 3$. **D.** $x=-2+\log_3 5$.

Lời giải

Ta có $3^{x-2}=5 \Leftrightarrow x-2=\log_3 5 \Leftrightarrow x=2+\log_3 5$

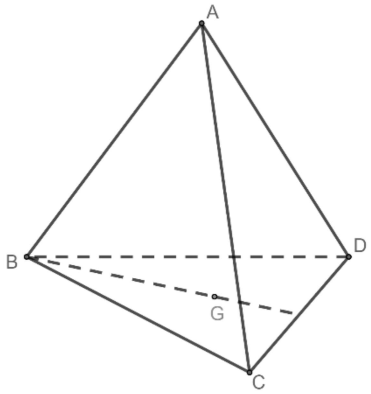
Vậy phương trình có nghiệm là $x=2+\log_3 5$

Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=2.\overrightarrow{AG}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AG}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=4.\overrightarrow{AG}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=3.\overrightarrow{AG}$.

Lời giải



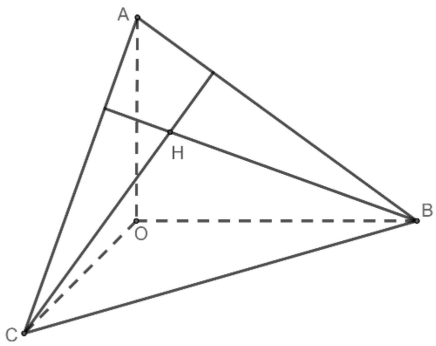
Vì G là trọng tâm tam giác BCD nên $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$.

Ta có: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GC}=3.\overrightarrow{AG}$.

Câu 10. Cho tứ diện $OABC$ có OA,OB,OC đôi một vuông góc. Gọi H là trực tâm tam giác ABC. Hỏi mặt phẳng nào vuông góc với mặt phẳng (ABC)?

A. (OAH). **B.** (OAC). **C.** (OBC). **D.** (OAB).

Lời giải



Vì OA,OB,OC đôi một vuông góc nên $OB\perp(OAC)\Rightarrow OB\perp AC$.

$\begin{cases}BH\perp AC\\OB\perp AC\end{cases}\Rightarrow AC\perp(OBH)\Rightarrow AC\perp OH$.

Tương tự $OC\perp(OAB)\Rightarrow OC\perp AB$.

$\begin{cases}CH\perp AB\\OC\perp AB\end{cases}\Rightarrow AB\perp(OCH)\Rightarrow AB\perp OH$.

Do đó $\begin{cases}AC\perp OH\\AB\perp OH\end{cases}\Rightarrow OH\perp(ABC)$.

Ta có $\begin{cases}OH\perp(ABC)\\OH\subset(OAH)\end{cases}\Rightarrow(OAH)\perp(ABC)$.

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=2$ và công sai $d=3$. Tính u_{10}.

A. $u_{10}=32$. **B.** $u_{10}=35$. **C.** $u_{10}=26$. **D.** $u_{10}=29$.

Lời giải

Ta có $u_{10} = u_1 + 9d = 29$

Câu 12. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số phân biệt?

A. 72. **B.** 90. **C.** 81. **D.** 100.

Lời giải

Gọi số tự nhiên có hai chữ số khác nhau là $\overline{ab}$ với $a;b \in \{0;1;2;...;9\}, a \neq 0$.

Khi đó: có 9 cách chọn a và 9 cách chọn b.

Suy ra có $9.9 = 81$ số $\overline{ab}$ thỏa mãn.

Vậy có 81 số tự nhiên gồm hai chữ số phân biệt.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1. Một xưởng sản xuất thực phẩm gồm 3 kĩ sư chế biến thực phẩm, 3 kĩ thuật viên và 12 công nhân. Để đảm bảo sản xuất thực phẩm chống dịch Covid 19, xưởng cần chia thành 3 ca sản xuất theo thời gian liên tiếp nhau sao cho mỗi ca có 6 người.

a) Số cách phân chia lao động vào 3 ca sản xuất là $C_{18}^6.C_{12}^6$.

b) Số cách phân lịch lao động vào 3 ca sản xuất sao cho ca đầu tiên gồm toàn công nhân là $C_{12}^6.C_{12}^6$.

c) Số cách phân lịch lao động vào 3 ca sản xuất sao cho mỗi ca có đúng 1 kĩ sư và đúng 1 kĩ thuật viên là $C_6^1.C_6^1.C_{12}^4$.

d) Xác suất sao cho mỗi ca có đúng 1 kĩ thuật viên, 1 kĩ sư chế biến thực phẩm là $\dfrac{225}{3094}$.

Lời giải

a) Đúng

Tổng tất cả có 18 người chia làm 3 ca, mỗi ca 6 người nên số cách phân chia lao động vào ca 1 là C_{18}^6, ca 2 là C_{12}^6, ca 3 là C_6^6. Vậy số cách phân chia lao động vào 3 ca sản xuất là $C_{18}^6.C_{12}^6.C_6^6 = C_{18}^6.C_{12}^6$.

b) Đúng

Có tất cả 12 công nhân, để ca 1 gồm toàn công nhân thì số cách phân chia là C_{12}^6, khi đó còn 12 người nên số cách phân chia cho ca 2 là C_{12}^6, ca 3 là C_6^6. Vậy có $C_{12}^6.C_{12}^6.C_6^6 = C_{12}^6.C_{12}^6$ cách phân chia.

c) Sai

Để mỗi ca có đúng 1 kĩ sư và đúng 1 kĩ thuật viên thì mỗi ca cần 4 công nhân nên số cách phân chia cho ca 1 là $C_3^1.C_3^1.C_{12}^4$, cho ca 2 là $C_2^1.C_2^1.C_8^4$ và cho ca 3 là $C_1^1.C_1^1.C_4^4$

Vậy có tất cả $C_3^1.C_3^1.C_{12}^4.C_2^1.C_2^1.C_8^4.C_1^1.C_1^1.C_4^4 = C_3^1.C_3^1.C_{12}^4.C_2^1.C_2^1.C_8^4$.

d) Đúng

* Ta có $n(\Omega) = C_{18}^6.C_{12}^6.C_6^6 = C_{18}^6.C_{12}^6$

* Gọi A là biến cố "Mỗi ca có đúng1 kĩ thuật viên, 1 kĩ sư chế biến thực phẩm " thì

$n(A) = C_3^1.C_3^1.C_{12}^4.C_2^1.C_2^1.C_8^4.C_1^1.C_1^1.C_4^4 = C_3^1.C_3^1.C_{12}^4.C_2^1.C_2^1.C_8^4$

Do đó $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{C_3^1.C_3^1.C_{12}^4.C_2^1.C_2^1.C_8^4}{C_{18}^6.C_{12}^6} = \dfrac{225}{3094}$.

Câu 2. Giá đóng cửa của một cổ phiếu là giá của cổ phiếu đó cuối một phiên giao dịch .Bảng sau thống kê giá đóng cửa (đơn vị :nghìn đồng) của hai mã cổ phiếu (A) và (B) trong 50 ngày giao dịch liên tiếp

Giá đóng cửa	$[18;20)$	$[20;22)$	$[22;24)$	$[24;26)$	$[26;28)$
Cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Cổ phiếu B	16	4	3	6	21

a) Xét mẫu số liệu của cổ phiếu (A) ta có số trung bình là $\overline{x_A} = 23,28$.

b) Xét mẫu số liệu của cổ phiếu (A) ta có phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là $s^2{}_A = 7,5216$

c) Xét mẫu số liệu của cổ phiếu (B) ta có số trung bình là $\overline{x_B} = 23,48$.

d) Cổ phiếu (A) có mức biến động giá lớn cổ phiếu (B) .

Lời giải

a) Đúng

Xét mẫu số liệu của cổ phiếu (A) ta có số trung bình là

$$\overline{x_A} = \frac{19.8 + 21.9 + 23.12 + 25.10 + 27.11}{8+9+12+10+11} = 23,28.$$

b) Đúng

Xét mẫu số liệu của cổ phiếu (A) ta có phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s^2{}_A = \frac{8.(19-23,28)^2 + 9.(21-23,28)^2 + 12.(23-23,28)^2 + 10.(25-23,28)^2 + 11(27-23,28)^2}{8+9+12+10+11}$$

$\Rightarrow s^2{}_A = 7,5216$

c) Đúng

Xét mẫu số liệu của cổ phiếu (B) ta có số trung bình là

$$\overline{x_B} = \frac{19.16 + 21.4 + 23.3 + 25.6 + 27.21}{16+4+3+6+21} = 23,48.$$

d) Sai

Xét mẫu số liệu của cổ phiếu (B) ta có phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s^2_B = \frac{16.(19-23,48)^2+4.(21-23,48)^2+3.(23-23,48)^2+6.(25-23,48)^2+21.(27-23,48)^2}{16+4+3+6+21}$$

$\Rightarrow s^2_B = 12,4096$

Ta thấy $s^2_B > s^2_A$ nên cổ phiếu (B) biến động giá lớn hơn cổ phiếu (A) .

Câu 3. Cho hàm số $f(x)=\sin 2x - x$ xác định trên $\mathbb{R}$.

a) $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2}$.

b) $f'(x)=\cos 2x - 1$.

c) $f'(x)=0 \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{6}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

d) Phương trình $f'(x)=0$ có đúng hai nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$.

Lời giải

a) Đúng.

$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(2.\frac{\pi}{2}\right) - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}$.

b) Sai.

$f'(x)=2\cos 2x - 1$.

c) Sai.

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow 2\cos 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{6}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

d) Đúng.

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{6}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$. Suy ra $x=\frac{\pi}{6}, x=\frac{5\pi}{6}$ là nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ trên khoảng $(0;\pi)$.

Câu 4. Một cơ sở sản xuất có thể cung cấp 1000 sản phẩm A trong 1 tháng. Qua khảo sát thì thấy rằng nếu sản phẩm A bán với giá 100 nghìn đồng thì có 290 người mua, nếu cứ giảm 10 nghìn đồng thì lại có thêm 50 người mua. Gọi p là giá sản phẩm A (nghìn đồng) và $R(p)$ là hàm doanh thu trong 1 tháng (nghìn đồng).

a) Số sản phẩm bán ra là $790-5p$.

b) Hàm doanh thu $R(p)=1000-790p+5p^2$.

c) Phương trình $R'(p)=0$ có nghiệm là $p=79$.

d) Doanh thu lớn nhất trong 1 tháng là $31.205.000$ đồng.

Lời giải

a) Đúng.

Gọi p là giá sản phẩm A (nghìn đồng)

Ta có: Cứ giảm 10 nghìn thì lại bán thêm 50 sản phẩm.

Suy ra số sản phẩm bán ra là: $290+\dfrac{50}{10}(100-p)=790-5p$.

b) Sai.

Hàm doanh thu: $R(p)=p(790-5p)=790p-5p^2$.

c) Đúng.

Phương trình $R'(p)=790-10p=0$ có nghiệm là $p=79$.

d) Đúng.

Ta có $R(p)=790p-5p^2=-5(p-79)^2+31205\le 31205$.

Doanh thu lớn nhất trong 1 tháng là $31.205.000$ đồng khi $p=79$.

PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;-1),B(2;-1;3),C(-4;7;5)$. Gọi $D(a;b;c)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}-2.\overrightarrow{AC}=\vec{0}$. Tính giá trị của $a+b+c$.

Lời giải

Đáp án: 16

Ta có $\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}-2.\overrightarrow{AC}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+2.\overrightarrow{AC}$.

$\overrightarrow{AB}=(1;-3;4),\overrightarrow{AC}=(-5;5;6)\Rightarrow\overrightarrow{AB}+2.\overrightarrow{AC}=(-9;7;16)$

$\overrightarrow{AD}=(a-1;b-2;c+1)$

$$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+2.\overrightarrow{AC}\Rightarrow\begin{cases}a-1=-9\\b-2=7\\c+1=16\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-8\\b=9\\c=15\end{cases}.$$

Vậy $a+b+c=16$.

Câu 2. Hệ thống định vị Toàn Cầu GPS hiện tại có 24 vệ tinh, mỗi vệ tinh cách Trái Đất 20000 km, ta coi Trái Đất là khối cầu có bán kính $R=6$ (nghìn km). Với hệ tọa độ $Oxyz$ đã chọn, O là tâm Trái Đất và đơn vị trên mỗi trục là nghìn km, hai vệ tinh có tọa độ $A(26;0;0)$, $B(0;26;0)$. Xét điểm $M(x;y;z)$ thuộc bề mặt Trái Đất. Tính giá trị nhỏ nhất của $MA+MB$ theo đơn vị nghìn km (làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Đáp án: 44

Phương trình mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=36$.

Ta có $MA+MB=\sqrt{(x-26)^2+y^2+z^2}+\sqrt{x^2+(y-26)^2+z^2}$.

Áp dụng bất đẳng thức Minkowski ta có:

$$MA+MB=\sqrt{(x-26)^2+y^2+z^2}+\sqrt{x^2+(y-26)^2+z^2}\ge\sqrt{(x+y-52)^2+(x+y)^2+4z^2}$$

$$\ge\sqrt{(x+y-52)^2+(x+y)^2}.$$

Điều kiện để $MA+MB=\sqrt{(x+y-52)^2+(x+y)^2}$ là khi $z=0$, khi đó $x^2+y^2=36$

Mặt khác, vì $M(x;y;z)$ thuộc mặt cầu tâm O, bán kính bằng 6 nên $-6\le x;y;z\le 6$ dó đó $x+y>-12$.

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki, ta có $x+y\le\sqrt{(1^2+1^2)(x^2+y^2)}=\sqrt{2.36}=6\sqrt{2}$.

Đặt $t=x+y\Rightarrow -12<t\le 6\sqrt{2}$, khi đó $f(t)=MA+MB=\sqrt{(t-52)^2+t^2}=\sqrt{2t^2-104t+52^2}$.

$$f'(t)=\frac{2t-52}{\sqrt{2t^2-104t+52^2}}.$$

Dễ thấy khi $-12<t\le 6\sqrt{2}$ thì hàm số $f'(t)\le 0$. Do đó $f(t)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên $-12<t\le 6\sqrt{2}$ khi $t=6\sqrt{2}$ và bằng $f\left(6\sqrt{2}\right)=\sqrt{2t^2-104t+52^2}=\sqrt{2776-624\sqrt{2}}\approx 44$.

Câu 3. Tính giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^3-3x^2+1$.

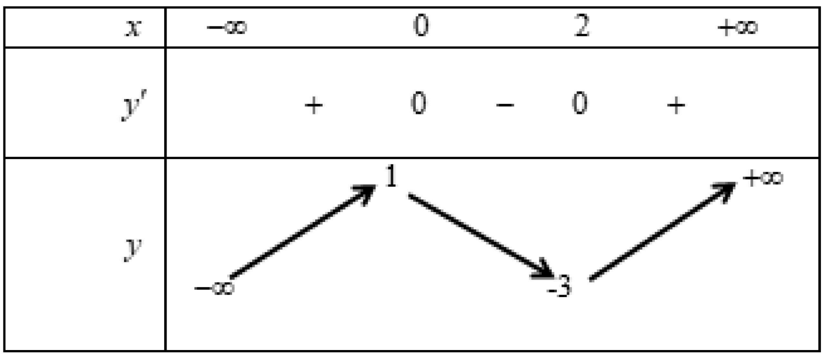
Lời giải

Đáp án: - 3

Ta có $y'=3x^2-6x\Rightarrow y'=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$

$y(0)=1, y(2)=-3$

BBT



Vậy giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT}=-3$.

Câu 4. Số lượng của một loại vi khuẩn X trong một phòng thí nghiệm được biểu diễn theo công thức $S(t)=A\cdot e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn tại thời điểm chọn mốc thời gian, r là ti lệ tăng trưởng $(r>0), t$ là thời gian tăng trưởng (tính theo đơn vị là giờ). Lúc 0 giờ sáng, số lượng vi khuẩn X là 150 con. Sau 3 giờ, số lượng vi khuẩn X là 450 con . Cùng thời điểm lúc 0 giờ, người ta đo được số lượng vi khuẩn Y là 300 con. Biết rằng số lượng vi khuẩn Y tăng 5% mỗi giờ. Hỏi vào lúc mấy giờ, số lượng vi khuẩn X bằng số lượng vi khuẩn Y .

Lời giải

Đáp án: 2,18

Phần giải chi tiết

Theo đề bài ta có hệ phương trình số lượng vi khuẩn X tại các mốc thời gian $t=0;\ t=3$ là:

$$\begin{cases} S(0)=A.e^{0r}=150 \\ S(3)=A.e^{3r}=450 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=150 \\ r=\dfrac{\ln 3}{3} \end{cases}.$$

Gọi t_0 là thời điểm số lượn khi khuẩn X bằng số lượng vi khuẩn Y

Khi đó số lượng vi khuẩn X tại thời điểm t_0 là: $S(t_0)=150\cdot e^{\frac{\ln 3}{3}.t_0}$

Vì số lượng vi khuẩn Y tăng 5% mỗi giờ nên số lượng vi khuẩn Y tại thời điểm t_0 là:

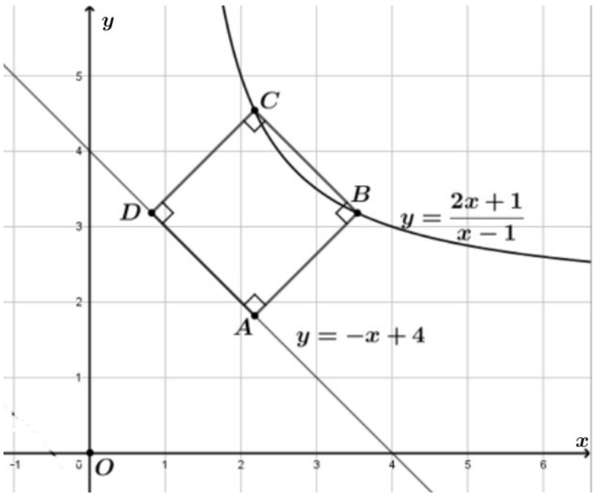
$M(t_0)=300.(1+0.05)^{t_0}$

Ta có : $S(t_0)=M(t_0)\Leftrightarrow 150\cdot e^{\frac{\ln 3}{3}.t_0}=300.(1+0.05)^{t_0}$

$$\frac{\ln 3}{3}.t_0=\ln 2+t_0.\ln(1,05)\Leftrightarrow t_0.\frac{\ln 3}{3}-t_0.\ln(1,05)=\ln 2\Leftrightarrow t_0\left[\frac{\ln 3}{3}-\ln(1,05)\right]=\ln 2$$

$$\Leftrightarrow t_0=\frac{\ln 2}{\dfrac{\ln 3}{3}-\ln(1,05)}\approx 2,18$$

Câu 5. Trong một công viên có một hồ nước và một đường đi lát gạch hoa. Thiết lập hệ trục Oxy như hình vẽ dưới, kiến trúc sư thấy rằng bờ hồ có thể coi một nhánh của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ và đường đi khi đó ứng với đường thẳng $y=-x+4$. Để đảm bảo ánh sáng, kiến trúc sư muốn đặt 2 cột đèn trên bờ hồ và 2 cột đèn trên đường đi sao cho 4 cột đèn này tạo thành một hình vuông. Tính khoảng cách giữa 2 cột đèn trên bờ hồ (làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải

Đáp số: 1,92

Gọi $B\left(b;\dfrac{2b+1}{b-1}\right)$ với $b>3$.

Phương trình đường thẳng $AB: x-y-b+\frac{2b+1}{b-1}=0 \Leftrightarrow x-y=\frac{b^2-3b-1}{b-1}$.

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} x-y=\frac{b^2-3b+1}{b-1} \\ x+y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{b^2+b-5}{2(b-1)} \\ y=\frac{-b^2+7b-3}{2(b-1)} \end{cases}$

$\Rightarrow A\left(\frac{b^2+b-5}{2(b-1)};\frac{-b^2+7b-3}{2(b-1)}\right)$

Phương trình đường thẳng $BC: x+y-b-\frac{2b+1}{b-1}=0 \Leftrightarrow x+y=\frac{b^2+b+1}{b-1}$

Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x+y=\frac{b^2+b+1}{b-1} \\ y=\frac{2x+1}{x-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+\frac{2x+1}{x-1}=\frac{b^2+b+1}{b-1} \\ y=\frac{2x+1}{x-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2+\frac{3}{x-1}=b+2+\frac{3}{b-1} \\ y=\frac{2x+1}{x-1} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2+\frac{3}{x-1}=b+2+\frac{3}{b-1} \\ y=\frac{2x+1}{x-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-b+3.\frac{b-x}{(x-1)(b-1)}=0 \\ y=\frac{2x+1}{x-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=\frac{3}{b-1} \\ y=\frac{2x+1}{x-1} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{b+2}{b-1} \\ y=b+1 \end{cases} \Rightarrow C\left(y=\frac{2x+1}{x-1};b+1\right)$$

$\overrightarrow{BC}=\left(\frac{-b^2+2b+2}{b-1};\frac{b^2-2b-2}{b-1}\right)$

$\overrightarrow{AB}=\left(\frac{b^2-3b+5}{2(b-1)};\frac{b^2-3b+5}{2(b-1)}\right)$

$$AB^2=BC^2 \Leftrightarrow \frac{2\left(b^2-2b-2\right)^2}{(b-1)^2}=\frac{2\left(b^2-3b+5\right)^2}{4(b-1)} \Leftrightarrow \left(2b^2-4b-4\right)^2=\left(b^2-3b+5\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2b^2-4b-4=b^2-3b+5 \\ 2b^2-4b-4=-b^2+3b-5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=\frac{1+\sqrt{37}}{2} \\ b=\frac{1-\sqrt{37}}{2} \\ b=\frac{7+\sqrt{37}}{6} \\ b=\frac{7-\sqrt{37}}{6} \end{array}\right.$$

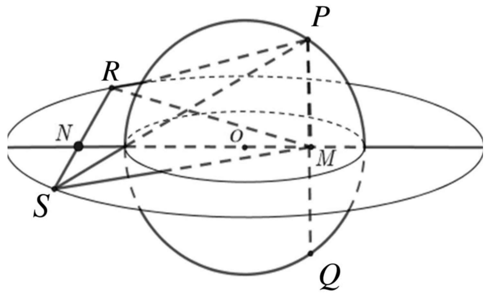
Vì $b>3$ nên chọn $b=\frac{1+\sqrt{37}}{2}$

Vậy khoảng cách giữa 2 cột đèn trên bờ hồ là $BC=\sqrt{\frac{2\left(b^2-2b-2\right)^2}{(b-1)^2}}\approx 1,92$.

Câu 6. Trong không gian cho một điểm O cố định. Các điểm P,Q,R,S thay đổi sao cho chúng luôn là 4 đỉnh của một khối tứ diện đồng thời $OP=OQ=2$ và $OR=OS=\sqrt{10}$. Thể tích lớn nhất của khối tứ diện $PQRS$ bằng bao nhiêu? (làm tròn tới hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp số: 8,49



Ta có $V_{PQRS}=\frac{1}{6}PQ.RS.d\left(PQ;RS\right).\sin\left(PQ;RS\right)\le\frac{1}{6}PQ.RS.d\left(PQ;RS\right)$

Khi đó $\sin\left(PQ;RS\right)=1$ nên $PQ\perp RS$.

Gọi $RN=x;PM=y$; M,N lần lượt là trung điểm của PQ và RS

$\Rightarrow ON=\sqrt{10-x^2};OM=\sqrt{4-y^2}$.

$d\left(PQ;RS\right)=MN=OM+ON=\sqrt{10-x^2}+\sqrt{4-y^2}$

Khi đó $V_{PQRS}=\frac{1}{6}PQ.RS.d\left(PQ;RS\right)$

$=\frac{1}{6}2x.2y.\left(\sqrt{10-x^2}+\sqrt{4-y^2}\right)$

$=\frac{2}{3}xy.\left(\sqrt{10-x^2}+\sqrt{4-y^2}\right)$

$=\frac{2}{3}xy.\left(\sqrt{2}\sqrt{\frac{10-x^2}{2}}+\sqrt{1}\sqrt{4-y^2}\right)$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki ta được:

$$V_{PQRS}\le\frac{2}{3}xy.\sqrt{(2+1)\left(\frac{10-x^2}{2}+4-y^2\right)}=\frac{2}{3}xy\sqrt{\frac{3}{2}\left(18-\left(x^2+2y^2\right)\right)}$$

$$\Rightarrow V_{PQRS}\le\frac{2}{3}xy\sqrt{\frac{3}{2}\left(18-2\sqrt{2}xy\right)}=\frac{2}{3}xy\sqrt{3\left(9-\sqrt{2}xy\right)}$$

Dấu "=" xảy ra khi $x=\sqrt{2}y$

$$\Rightarrow V_{PQRS}^2\le\frac{4}{9}(xy)^2\,3\left(9-\sqrt{2}xy\right)=\frac{8}{3}\cdot\frac{xy}{\sqrt{2}}\cdot\frac{xy}{\sqrt{2}}\left(9-\sqrt{2}xy\right)\le\frac{8}{3}\left(\frac{\frac{xy}{\sqrt{2}}+\frac{xy}{\sqrt{2}}+9-\sqrt{2}xy}{3}\right)^3$$

$$\Rightarrow V_{PQRS}^2\le\frac{8}{3}\left(\frac{9}{3}\right)^3=72\Rightarrow V_{PQRS}\le 6\sqrt{2}$$

Vậy thể tích lớn nhất của khối tứ diện là $6\sqrt{2}$, dấu "=" xảy ra khi:

$$\begin{cases} \dfrac{\sqrt{\dfrac{10-x^2}{2}}}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{4-y^2}}{1} \\ \dfrac{xy}{\sqrt{2}} = 9 - \sqrt{2}xy \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{6} \\ y = \sqrt{3} \end{cases}.$$